

**הנושא: פונקציה מעריכית ולוגריתמית, שאלון 582**

אנו מקדישות שאלה זו לזכרו של אהרון אספיס, מורה דגול למתמטיקה וחלוץ בדרך כתיבת ספרי לימוד במתמטיקה. אנו מעריכות את פועלו ומוקירות את זכרו.

**אדית כהן ומריאן רוזנפלד**

הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל ערך של  $x$ . נתון:  $f(x)$  פונקציה אי-זוגית, עולה בכל תחום הגדרתה ומקיימת  $f''(x) = f(x)$ .

- א. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה ואת תחומי הקעירות כלפי מטה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. הישר  $y = \frac{2}{e^2}x - 3$  מקביל למשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

- 1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  וקבע את סוג הקיצון. נמק.
- 2) נתון: לגרף הפונקציה  $f(x)$  ולגרף הפונקציה  $f'(x)$  אין נקודות משותפות. הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה  $f(x)$  את הסקיצה של גרף הפונקציה  $f'(x)$ .
- 3) נתון:  $f(2) = 1$ ,  $f'(-2) = 1 + \frac{1}{e^4}$ . הראה כי השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f(x)$ , גרף

הפונקציה  $f'(x)$ , ציר ה- $y$  והישר  $x = -2$  הוא  $\frac{1}{e^4} - \frac{2}{e^2} + 2$ .

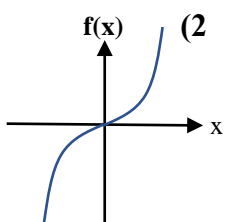
ג. הפונקציה  $g(x) = \ln[f(x)] - f(x)$  מקיימת:

- 1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .
- 2) בטא את  $g'(x)$  באמצעות  $f(x)$  ו- $f'(x)$ .
- 3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  וקבע את סוג הקיצון.
- 4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

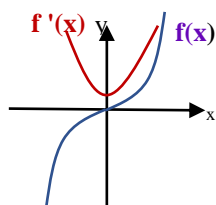
ד. נתון:  $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{x+2}}$ .

- 1) הראה שהפונקציה אכן אי-זוגית.
- 2) הראה כי  $f''(x) = f(x)$ .
- 3) מצא את שיעורי הנקודות על גרף הפונקציה  $f(x)$  בהן ערך הפונקציה מהווה 60% משיפוע המשיק לגרף הפונקציה באותה נקודה.

**תשובות:**



א. 1) הפונקציה קעורה כלפי מעלה בתחום  $x > 0$  וקעורה כלפי מטה בתחום  $x < 0$  (2)

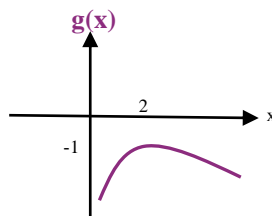


ב. 1)  $(0; \frac{2}{e^2})$  מינימום

ג. 1)  $x > 0$

2)  $g'(x) = \frac{f'(x)[1-f(x)]}{f(x)}$

ד. 3)  $(\ln 2; \frac{3}{2e^2})$



3) (2;-1) מקסימום (4)