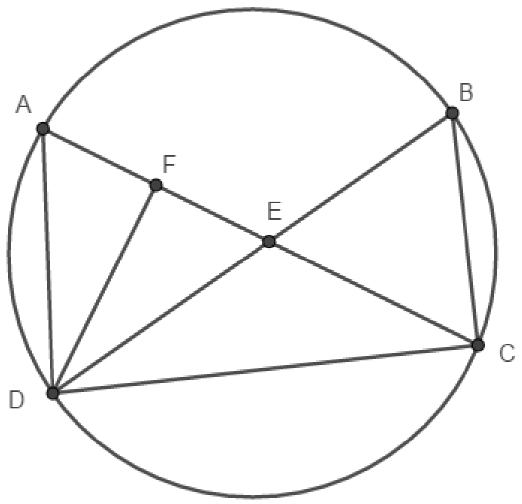
מחבר: אמתי צוברי – amitai1988@gmail.com

שאלת אתגר – טריגונומטריה במישור לשאלון 581

שאלה זו מוקדשת לזכרו של אהרון אספיס ז"ל, מורה דרך לתלמידים רבים ומורים למתמטיקה. אמנם אני לא זכיתי לשתות ממימיו, אך בטוחני ששתיתי ממימי תלמידיו הרבים. יהי זכרו ברוך.

הנקודות A,B,C,D נמצאות על מעגל. הנקודה F נמצאת על המיתר AC והקטע BD הוא קוטר במעגל אשר חוצה את הזווית $\sphericalangle FDC$. נתון: $DF \perp AC$.

נסמן: $\sphericalangle FDE = \alpha$ ו- R הוא רדיוס המעגל.



א. הסבירו מדוע מתקיים: $0 < \alpha < 45°$

ב. הוכיחו: $\frac{FE}{EC} = \cos(2\alpha)$

ג. הוכיחו שמתקיים: $FE < EC$

ד. הביעו באמצעות R ו- α את הקטעים FE ו- BE.

(ניתן להיעזר בסעיף א')

ה. מהו תחום הערכים של α עבורם מתקיים: $FE < BE$

נתון: $\frac{FE}{BE} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

ו. מצאו את גודל הזווית ADE.

נסמן:

r_1 - רדיוס המעגל החסום במשולש AED

r_2 - רדיוס המעגל החסום במשולש BEC

ז. הסבירו מדוע קטע המרכזים של מעגלים אלה עובר בנקודה E והביעו את אורכו באמצעות r_1 ו- r_2.

ח. הוכיחו:

(1) $r_1 = \sqrt{3} \cdot r_2$

(2) $R = 2.9 \cdot r_1$

הרדיוס R גדול <u>ביותר</u> מ-2 ס"מ מהרדיוס r_1 אך <u>בפחות</u> מ-5 ס"מ.

ט. מצאו את תחום הערכים של הרדיוס r_2

מחבר: אמתי צוברי – amitai1988@gmail.com

<u>תשובות סופיות</u>

א. כי: $90-2\alpha>0$

ב. הוכחה

ג. הוכחה

ד. $FE=2Rsin(\alpha)\cos(2\alpha)\,,BE=4Rsin^2(\alpha)$

ה. $21.47°<\alpha<45°$

ו. $\sphericalangle ADE=70.5288°$

ז. $\frac{r_1+r_2}{sin\,(27.368)}=2.175(r_1+r_2)$

ח. הוכחה

ט. $1.52>r_2>0.61$