

חקירת פונקציה טריגונומטרית עם סעיפי חשיבה

את השאלה הזו, אני מקדיש לאהרון אספס ז"ל. כאשר הייתי תלמיד בחטיבת הביניים, כתלמיד מתקשה, ספר האלגברה שכתב, הראשון שבו הופיעו פתרונות מלאים כולל הדרך, העניק לי הזדמנות ראשונה ללמוד בכוחות עצמי ולהבין באמת. מבלי שידעתי, העבודה העצמית שלי בעזרת הספר שלו, הניחה את אבן הפינה למסע ארוך שעשיתי מאז בעולם המתמטיקה. לזכרו של חלוץ. לזכרך אהרון,

מאסף לוי

נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(\pi x^2)$ בתחום: $0 \leq x$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודות A_1, A_2, A_3, \dots כך ש- A_1 היא הנקודה הקרובה ביותר לראשית הצירים מבין נקודות אלו.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A_1 ו- A_2 .

ב. דרך אחת מהנקודות A_1 עובר מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

עבור כל טענה, קבעו האם היא נכונה או שגויה:

- i. שטחי המעגלים מהווים סדרה חשבונית.
- ii. היקפי המעגלים מהווים סדרה הנדסית.

ג. נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 < x$ הן: B_1, B_2, B_3, \dots כך ש- B_1 היא הנקודה הקרובה ביותר לציר ה- y מבין נקודות אלו.

1. מצאו את שיעורי הנקודה B_1 .

2. עבור כל טענה, קבעו האם היא נכונה או שגויה:

i. אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על הישר $x = \sqrt{50}$.

ii. נקודת הקיצון ששיעור ה- x שלה הוא $x = \sqrt{99.5}$ נמצאת ברביע הרביעי.

iii. כל נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום: $0 < x$ מרוחקות במידה שווה מציר ה- x .

תשובות:

1 א. $A_1 = (1, 0)$. $A_2 = (\sqrt{2}, 0)$. ב. i. נכונה. ii. שגויה. ג. 1. $B_1 = (\sqrt{0.5}, 1)$.

2 i. שגויה. ii. נכונה. iii. נכונה.